ISTITUTO INTERNAZIONALE STUDI AVANZATI DI
SCIENZE DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLO SPAZIO
Geometria proiettiva, Geometria descrittiva, Rilevamento, Fotogrammetria

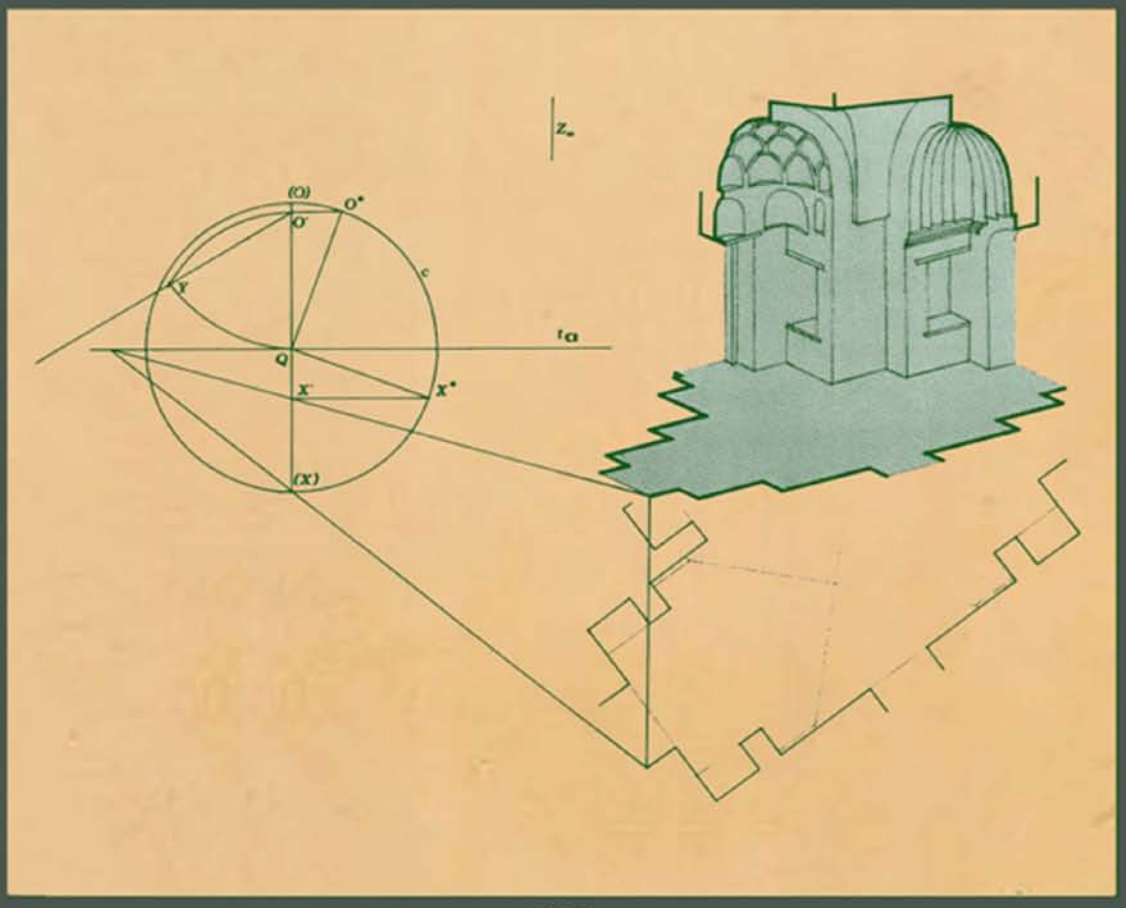
INTERNATIONAL INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES OF
SPACE REPRESENTATION SCIENCES
Projective geometry, Descriptive geometry, Survey, Photogrammetry

Palermo, Italia

GEOMETRIA E PERCEZIONE
NEI METODI DI RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
Congresso di Bari

Giuseppe Maria Catalano

PROIEZIONE PARALLELA SEMPLICE



1992

Giuseppe Maria Catalano

PROIEZIONE PARALLELA SEMPLICE

Nel grande capitolo delle proiezioni parallele, comprendente in sintesi le doppie proiezioni ortogonali, le proiezioni quotate e l'assonometria, sta per colmarsi una grave assenza, il vuoto concettuale e metodologico di un intero sistema fondamentale di rappresentazione: la proiezione parallela semplice (per distinguerla dalla doppia o tripla), un sistema cioè che, analogamente a quanto avviene per le proiezioni convergenti (o centrali), si basasse esclusivamente sui due elementi fondamentali della proiezione, il centro e i1 quadro .

" E ' " dunque " la Geometria Descrittiva una disciplina obsoleta? ". Cosi sottilmente ironizzano con intento evidentemente costruttivo i promotori di questo utilissimo incontro di studi .

Altro che obsoleta!

Si tratta di un albero possente, tutt'al più da potare e soprattutto da alimentare perché cresca e si sviluppi regolarmente per assumere l'aspetto maturo ma rigoglioso che l'età gli impone.

Un ramo nuovo e vigoroso sta infatti nascendo, vicino ad un ramo antico, certamente robusto, ma un po' troppo contorto e ramificato, secondo uno sviluppo caotico e talvolta deforme , che ne ha imbruttito l'aspetto, quello del sistema assonometrico .

Basta esaminare l'evolversi dell'assonometria ortogonale per rendersi facilmente conto della confusione concettuale e operativa che attualmente sussiste per la coesistenza di metodi antichi e sviluppi recenti, cui si é giunti nell'intento di voler guadagnare esclusivamente alla Geometria Descrittiva, il sistema che Desargues pose su basi matematiche .

Occorre liberare l'assonometria da concetti, definizioni, metodi superati o angusti e tuttavia, mi risulta, non del tutto scomparsi, ma soprattutto bisogna ridimensionare il campo di applicazione specifico di questo importante settore della materia, dando spazio ad un nuovo sistema di proiezione di più ampio respiro teorico e pratico, dotato cioè di

grande generalità concettuale insieme a notevole snellezza operativa, come quello della proiezione parallela semplice, sui cui principi essenziali adesso, sia pure in modo necessariamente sintetico, ci intratterremo.

Siano fissati nello spazio geometrico euclideo il quadro π , che in questa fase supponiamo piano, ed il centro di proiezione improprio C_{oo} ortogonale o obliquo rispetto a π .

Sia Q un punto qualsiasi di π assunto come centro di una sfera di raggio arbitrario avente traccia sul quadro nella circonferenza massima c (T.1) .

Considerando uno dei due emisferi definiti dalla c , é evidente che ciascun raggio individua da solo una delle infinite direzioni dello spazio ed accoppiato al raggio della circonferenza c, ad esso perpendicolare, una delle infinite giaciture dello spazio .

Assumiamo dapprima il centro di proiezione ortogonale al quadro e fissiamo il punto O', ovvero il segmento QO' , proiezione rispettivamente del punto O e del raggio QO della sfera: ribaltando il piano proiettante per Q e O' otteniamo sulla circonferenza c il punto O* e conseguentemente il raggio QO* che racchiude l'angolo ϕ con la QO' .

L'angolo ϕ e la direzione di QO' individuano la direzione di QO nello spazio. Se poi consideriamo sul quadro il raggio QP perpendicolare a QO', definiamo una ben precisa giacitura dello spazio, quella individuata dalle direzioni di QO e QP (T.1).

Tra gli infiniti piani aventi tale giacitura, uno in particolare, α , contiene Q . Se ribaltiamo tale piano sul quadro, al punto O' corrisponde il punto (O) sulla c nell'omologia affine ortogonale avente ovviamente per asse la traccia t_α di α sul quadro contenente QP e per centro la direzione di QO', risultando così assai agevole ricavare la proiezione parallela di qualsiasi figura piana di α partendo dall'immagine di questa ribaltata sul quadro .

Per definire un qualsiasi piano δ parallelo ad α occorre fissarne la traccia t_δ sul quadro, ovviamente parallela alla t_α : noto un punto (A) del piano δ ribaltato sul quadro, é semplice trovarne la proiezione A' e viceversa (T. 2) : se infatti consideriamo per (A) la retta (p) parallela a Q (O), di traccia Tp su t_δ , per la natura stessa della proiezione parallela, deve mantenersi fra (A)Tp e A'Tp la stessa proporzione che sussiste fra (O)Q ed O'Q, già nota ; pertanto basta condurre le rette per QTp ed (0)(A) che individuano il punto S , da cui viene proiettato O' in A' sulla (p) coincidente con la proiezione p' (e viceversa partendo da A' per giungere ad (A).

La coppia (A)A' definisce ancora una volta l'omologia affine ortogonale avente traccia t_δ tra il piano ribaltato ed il piano proiettato .

Dovendo essere in questa sede alquanto contenuti, vorrei tornare, ancora per cenni, alla rappresentazione delle rette, aventi una direzione assegnata, ad esempio la direzione QO già citata, individuata in proiezione dal segmento QO' (T. 3) .

Consideriamo ancora il punto (O) ribaltato di O' e la generica retta p di direzione QO avente traccia nel punto Tp del quadro. Riportiamo a partire da Tp il segmento Tp(B) di cui si desidera ottenere la proiezione TpB' : stando, ancora, TpB' e Tp(B) nella stessa proporzione esistente tra QO e Q(0) , basterebbe proiettare il punto O' dal

punto U ottenuto per intersezione di TpQ e (B)(O) , in modo da staccare in B' l'estremo del segmento TpB' cercato (T. 3) .

Lo stesso procedimento potrebbe poi operarsi, per quanto appena esposto, se il punto Tp non fosse traccia della retta, ma un punto qualsiasi di essa .

E' opportuno tuttavia usare un metodo di maggiore snellezza operativa, specialmente se occorre riportare in proiezione un elevato numero di segmenti paralleli.

In tal caso infatti (T. 4) conviene individuare mediante il compasso il punto Y intersezione dei due archi l'uno avente centro (O) e raggio (O)Q, l'altro centro Q e raggio QO' : se dunque col compasso riportiamo sulle rette per (O)Y e (O)Q con centro in (O) il generico segmento AB assegnato, la distanza A'B' fra gli estremi così ottenuti sarà proprio la proiezione richiesta, trovandosi rispetto al segmento dato AB nello stesso rapporto che ha O'Q con (O)Q , proiezione e immagine ribaltata del segmento OQ.

L'uso del compasso, che consente tra l'altro di riportare il segmento A'B' sulla p', caratterizza non solo per celerità, ma soprattutto per precisione questo metodo , già peraltro assai semplice e generale dal punto di vista concettuale .

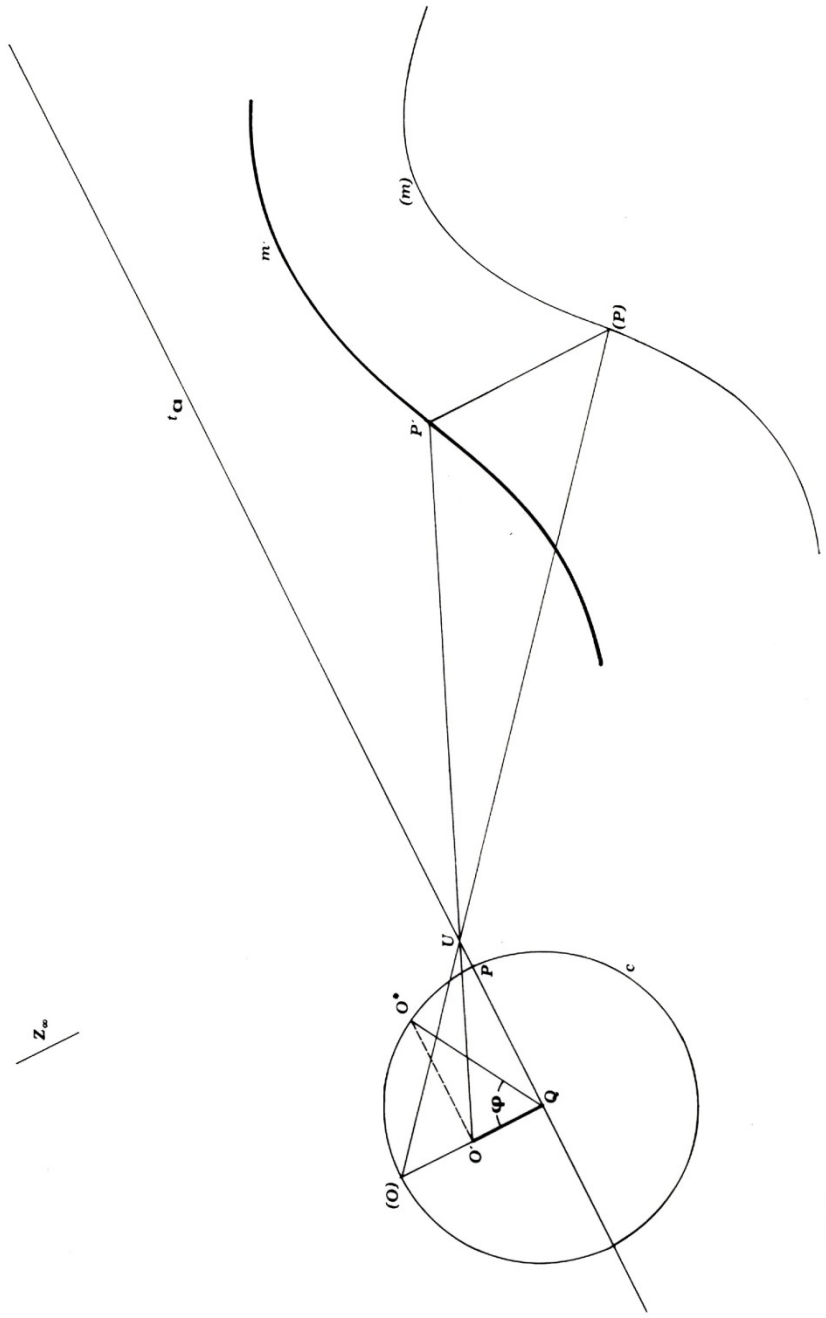
Nella tavola 5, sulla base di quanto già descritto, é infine riportato lo schema fondamentale per l'esecuzione della proiezione parallela ortogonale di un organismo architettonico che nella sua impostazione faccia prevalentemente riferimento, come spesso accade , ad una giacitura prefissata e ad una direzione a questa ortogonale .

Quanto accennato potrebbe ripetersi passo passo per la proiezione parallela obliqua, salvo ovviamente a sostituire nei ribaltamenti la direzione di proiezione obliqua prescelta a quella ortogonale.

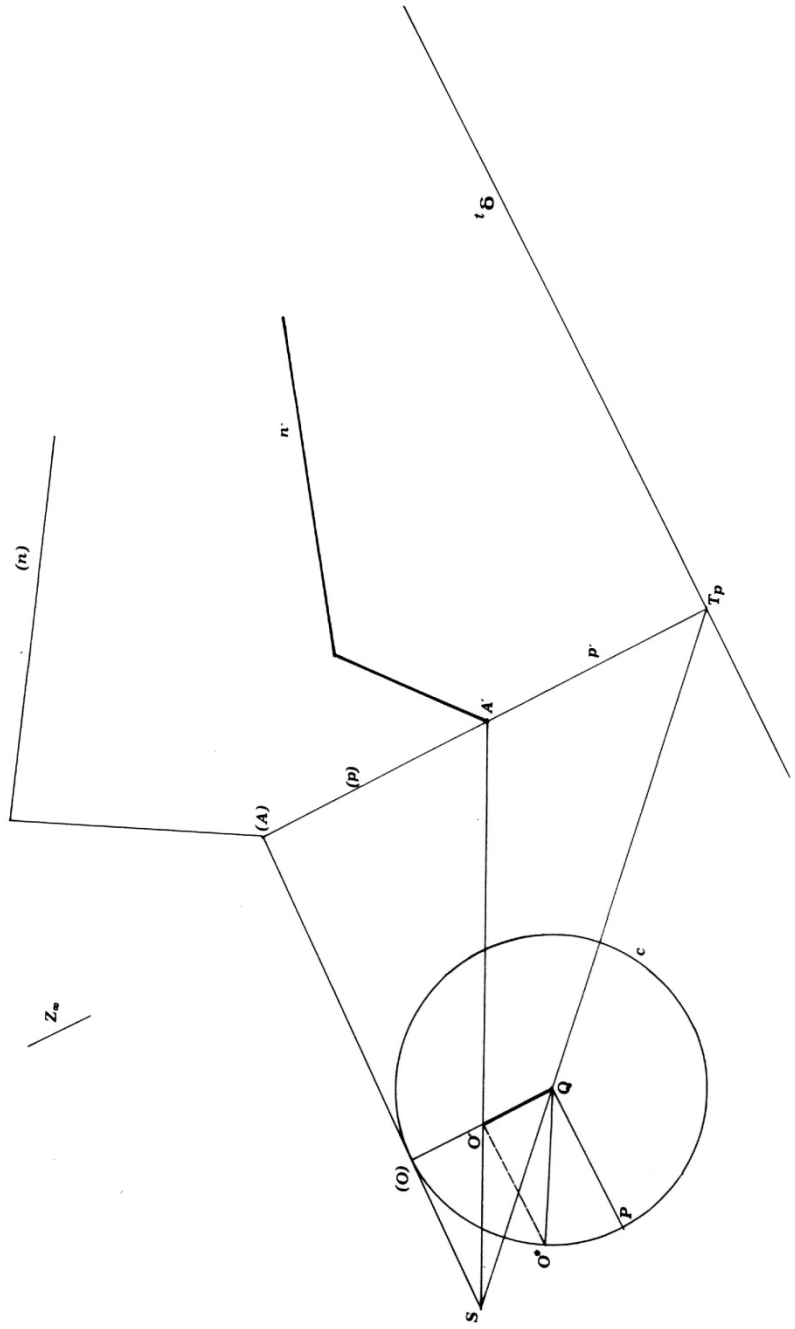
Naturalmente i principi qui brevemente presentati in modo necessariamente frammentario ed imperfetto, troveranno il loro giusto sviluppo e la loro piena esposizione in una adeguata trattazione, organica e completa .

La presentazione di questo studio mi pare tuttavia assai importante ed opportuna in questa sede sia per marcare, per chi avesse ancora dubbi, la grande vitalità della Geometria Descrittiva, di questa disciplina cardine del raggruppamento Disegno, assolutamente indispensabile alla formazione professionale ed ancor più a tutti coloro che intraprendono attività di ricerca scientifica nel campo della rappresentazione ; sia per ricordare che se si vuole vivere e crescere in ambito scientifico, occorre servirsi di teorie e strumenti scientifici, senza dimenticare che le nostre mani insieme alla nostra mente sono infinitamente superiori a qualsiasi macchina sia pure complessa (computers ,etc.) da esse ideata e costruita e che pertanto ad ogni risoluzione scientifica di un problema, dotata di grande semplicità strumentale e metodologica, va sempre data assoluta priorità e importanza .

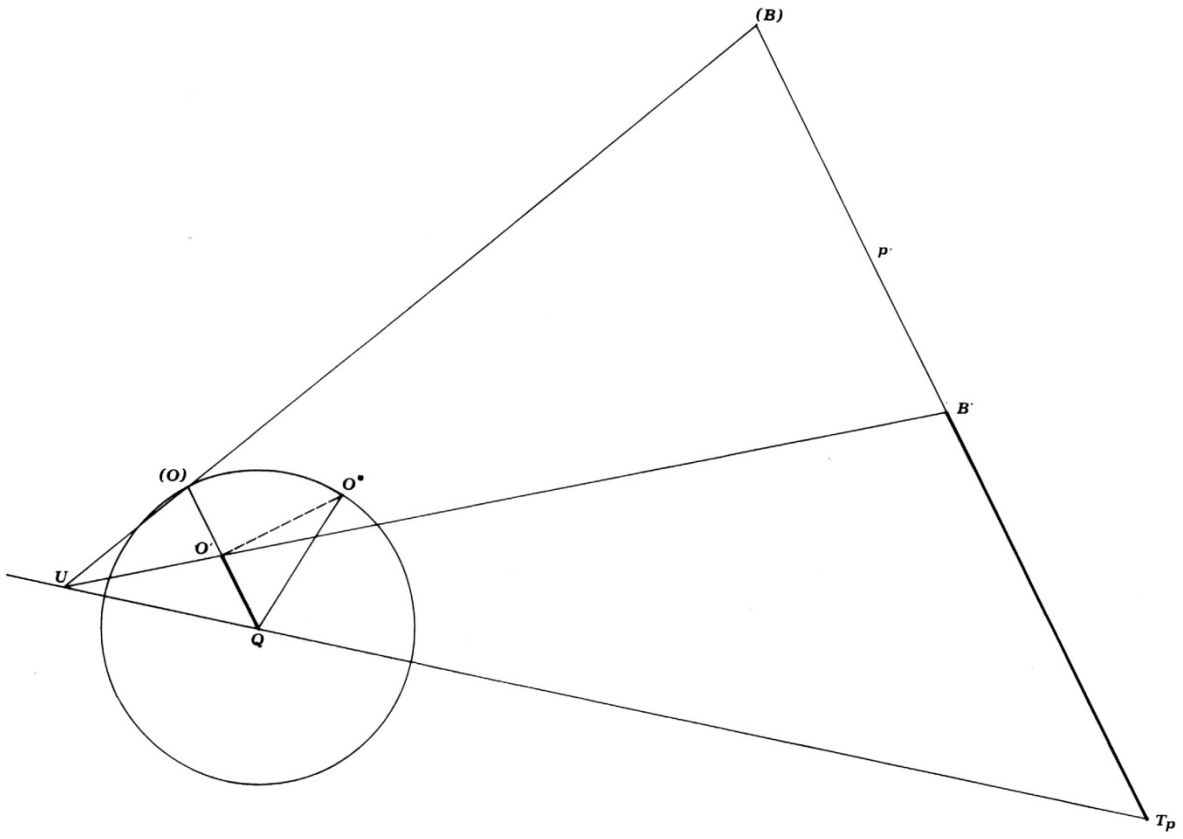
G. M.C.



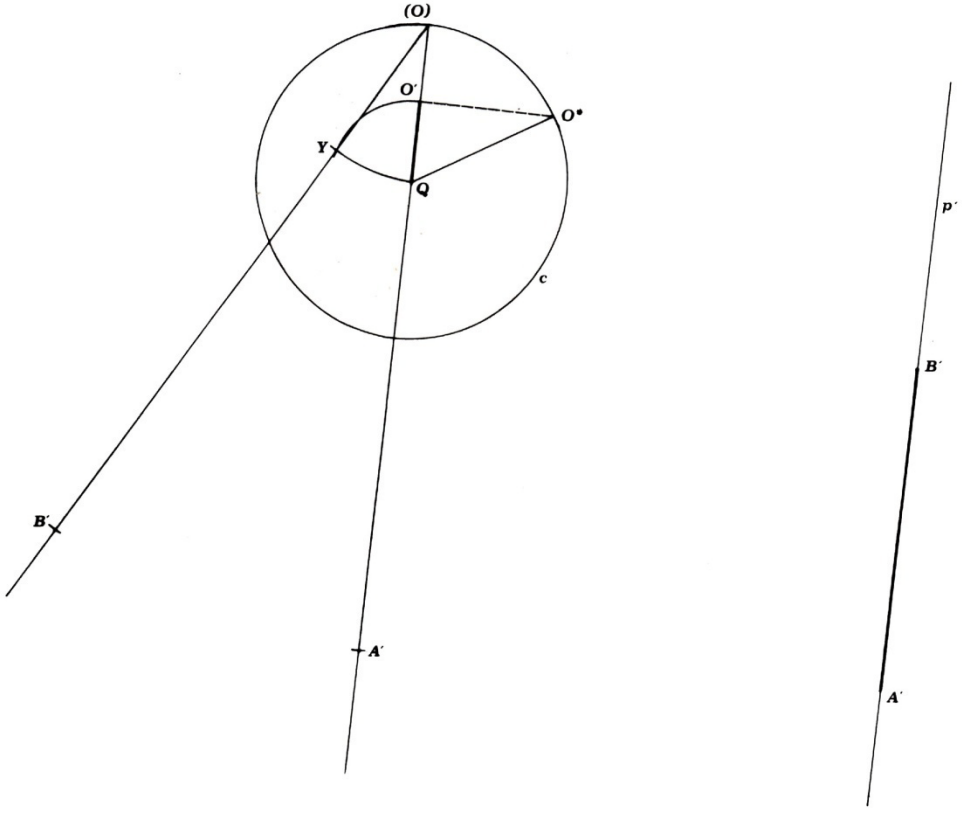
T.1



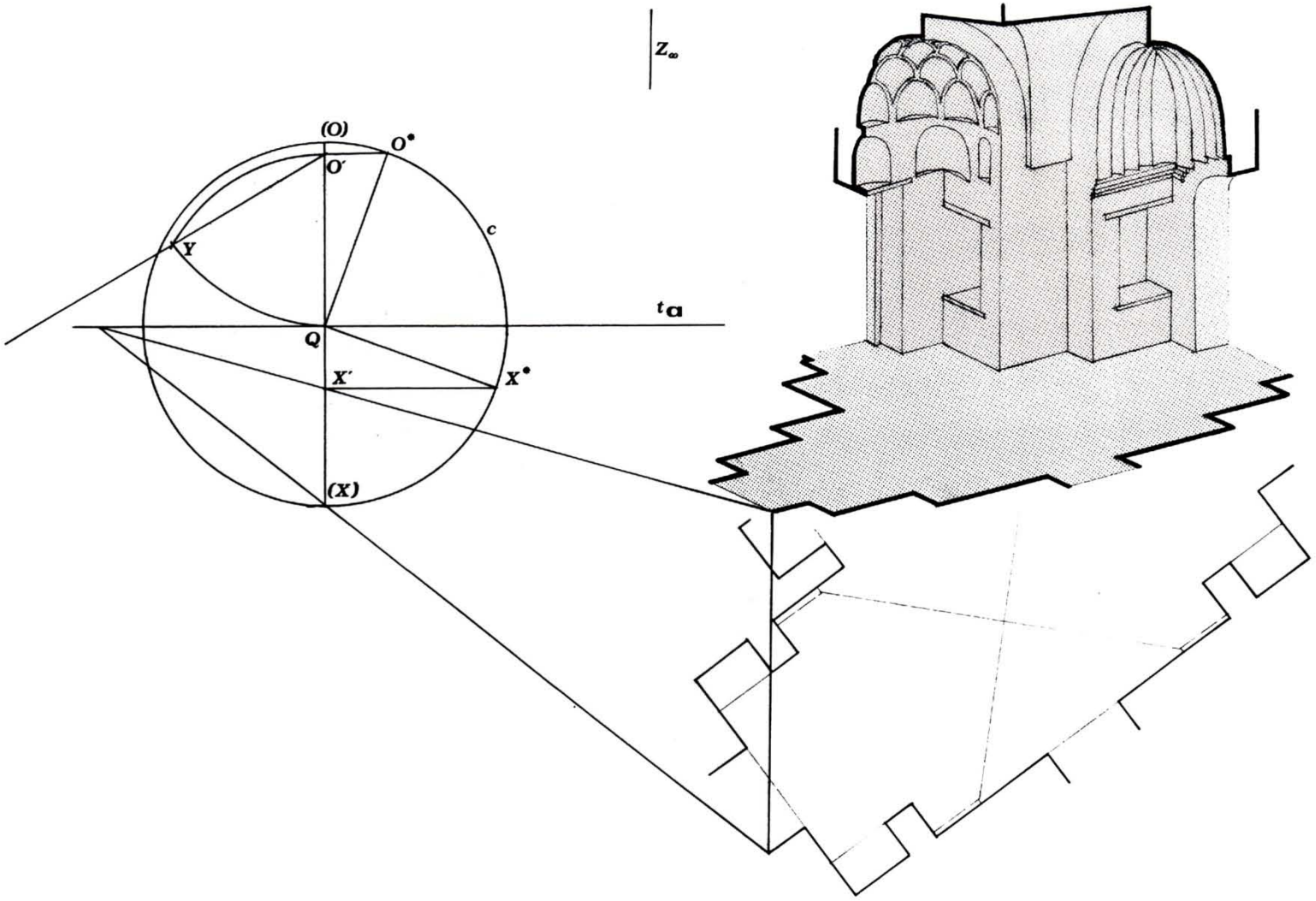
T.2



T.3



T.4



T.5 - ***Proiezione ortogonale semplice : schema geometrico parziale della sala triloba del palazzo normanno di Caronia.***